

令和2年度・入学試験問題

数 学 (理)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

令和2年度個別学力検査

総合生命理学部 後期日程
数 学 問 題

名古屋市立大学 学生課入試係 052-853-8020

許可なしに転載、複製
することを禁じます。

◇M9(872—75)

1. 座標平面において、点 $P \left(\frac{\sin \theta}{e^\theta}, \frac{\cos \theta}{e^\theta} \right)$ をとる。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。点 P を通り、頂点が原点であるような放物線を C とする。また、点 P における放物線 C の接線を l とし、放物線 C と接線 l および x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1) 放物線 C の方程式を求めよ。また、接線 l の方程式を求めよ。

(2) S を θ で表せ。また、 θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、 S の最大値を求めよ。

2. 空間内に四面体 OABC があり, $OA = 1, OB = OC = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \frac{\pi}{3}$ とする。点 O から 3 点 A, B, C が作る平面に垂線を引き, 垂線と平面の交点を H とする。次の問いに答えよ。

(1) $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ とする。ベクトル \vec{OH} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) ベクトル \vec{CH} を \vec{CA}, \vec{CB} を用いて表せ。

(3) 直線 CH と辺 AB との交点を M とする。長さの比 $AM : BM, CH : HM$ を求めよ。

3. 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 3,$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < b_n \text{ であるとき}) \\ 2a_n & (a_n \geq b_n \text{ であるとき}) \end{cases} \quad b_{n+1} = \begin{cases} b_n & (a_n < b_n \text{ であるとき}) \\ 3b_n & (a_n \geq b_n \text{ であるとき}) \end{cases}$$

$$c_n = (-1)^n a_n$$

また, $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の最初の 7 項は右の表のようになる。

n	1	2	3	4	5	6	7	
$\{a_n\}$	2	3	6	7	8	9	18	...	
$\{b_n\}$	3	3	9	9	9	9	27	...	
群	1		2				3		...

$\{b_n\}$ について, 値が同じ複数の項を 1 つの群として扱う。例えば, $b_1 = b_2 = 3$ であるので b_1 と b_2 は第 1 群にある。同様に, $b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 9$ であるので b_3, b_4, b_5, b_6 は第 2 群にある。

次の問いに答えよ。

- (1) 第 k 群の初項が第 m 項であるとする。 a_m および b_m を k で表せ。
- (2) 第 k 群にある $\{b_n\}$ の項の数を k で表せ。
- (3) p を正の整数とするとき, S_{2p} を p で表せ。
- (4) $S_n > 1000$ となる最小の n の値を求めよ。

4. ある工場の点検作業は、 m 種類の項目で構成されている。全項目を1回ずつ実施する作業計画をたてる。作業期間は n 日間($m \geq n$)とし、それぞれの日で実施する項目の割り当てを次の条件(a), (b), (c), (d)のもとで作成する。

- (a) 開始した項目はその日のうちに実施し終える。
- (b) いずれの日も少なくとも1種類の項目は実施する。
- (c) それぞれの項目は1種類ずつ順番にしか実施できない。
- (d) 1日に複数種類の項目を実施するとき、その順番が違う場合は異なる作業計画とする。

例えば、 $m = 3, n = 2$ のとき、以下の表の作業計画 A, B, C, D はすべて異なる。

作業計画	1日目	2日目
A	項目2を実施	項目1→項目3の順に実施
B	項目1→項目3の順に実施	項目2を実施
C	項目3→項目1の順に実施	項目2を実施
D	項目3を実施	項目1→項目2の順に実施

次の問いに答えよ。

- (1) $m = 6, n = 5$ のとき、条件を満たす作業計画は何通りあるか。
- (2) $m = 6, n = 5$ のとき、条件を満たし、かつ3日目終了時点でちょうど3種類の項目を実施し終える作業計画は何通りあるか。
- (3) $m = 50, n = 5$ のとき、条件を満たす作業計画の中から1つを無作為に選ぶ。3日目終了時点でちょうど k 種類の項目($3 \leq k \leq 48$)を実施し終える作業計画が選ばれる確率を p とする。 k を変化させたときの p の最大値を求めよ。